Absztrakt

Az árdiszkriminációt általában, a monopolista magatartás egyik fajtájaként vizsgálják, pedig ez a vállalati viselkedés az oligopól piacok esetében is igen releváns. Az utóbbi néhány évben már a problémakör ezen részterületével foglalkozó közgazdasági publikációk is megjelentek, azonban ezek szinte kivétel nélkül mind szimmetrikus költségeket és szimmetrikus információkat feltételeznek. Dolgozatomban a szimmetrikus költségeket és szimmetrikus információkat feltevés feloldásával fogom vizsgálni az duopól vállalatok árdiszkriminációját, és ennek eredményeit fogom összehasonlítani a hagyományos modellekkel. A főbb megállapításaim, hogy Cournot versenyben a K darab árkategória mellett, az egyes árkategóriában a két vállalat által összesen termelt mennyiség megegyezik a következő magasabb árszinten egy vállalat által termelt mennyiséggel. Továbbá, a különböző termelési költségek mellett a két vállalat egyforma mennyiséget termel az első K-1 árkategóriákban, az aszimmetrikus költségekből adódó különbség csak a legutolsó, legalacsonyabb árszinten jelenik meg. Ezenfelül, a kibocsátással súlyozott átlagár aszimmetrikus költségek mellett sem függ az árdiszkrimináció mértékétől, sőt megegyezik az árdiszkrimináció nélküli estben alkalmazott egységes árral.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

A vállalatok számos technikát alkalmaznak, hogy az általuk kínált terméket különböző-képp értékelő fogyasztókat, megkülönböztessék, és az egyes csoportoknak a megfelelő, és egyben profitmaximalizáló, ajánlatokat tudják kínálni. A leggyakoribban használt módszerek a mennyiségi árengedmények, a különböző árukapcsolások, (mint például különböző szoftvercsomagok, vagy a mobiltelefonokhoz tartozó tarfia-csomagok), valamint a kétrészes árazás, úgy mint egy nyomató és a hozzá tartozó patron ára, vagy például egy belépőjegy egy vidámparkba és az ott kínált játékok ára. Ezekben az esetekben, azonban a vállalatok csak közvetetett módon tudnak különböző árakat alkalmazni, a különböző rezervációs árakkal rendelkező fogyasztók számára. Arra is láthatunk eseteket, amikor a vállalatok közvetlenül alkalmazzák az árdiszkriminációt, vagyis ugyanazt a terméket különböző árakon kínálják. Gondoljuk csak például, a különböző diák és a nyugdíjas kedvezményekre, a hétköznapokra és a hétvégére szóló belépőkre, az akciós napokra a mozikban vagy éppen a last minute utakra.

Azonban, a valóéletbeli példák közül a légitársaságok által alkalmazott árképzés szemléletei a legjobban az árdiszkriminációt. Itt a vállalatok nem csak két vagy három, hanem gyakran tíz-tizenöt árat alkalmaznak. Ebben az iparágban a termék egy ülőhely egy adott járatra, egy adott időpontra. Az árdiszkrimináció alapját, az szolgáltatja, hogy a az utazásig hátralévő idő negatívan korrelál az adott útra szóló repülőjegyre vonatkozó fogyasztói értékeléssel. Hiszen, a viszonylag alacsonyabb rezervációs árral rendelkező turisták már jóval az utazási időponot előtt tudják, hogy utazni szeretnének, és ezért hamar le is foglalják a repülőjegyet. Ezzel szemben az üzletemberek csak egy-két nappal, vagy egy-két órával az indulás előtt döntik el, hogy utazni fognak, de ők már jóval magasabb árat is hajlandóak fizetni, azért hogy időben a kívánt helyszínre érkezzenek.[2]

Holmes (1989) összehasonlította a monopolista és a duopolista kibocsátásokat, abban az esetben, amikor a piac két független részre osztható, azaz az úgynevezett harmadfokú árdiszkrimináció áll fenn. Hazeldine [2006] kiterjesztette a Cournot-Nash oligopól modellt, arra az esetre, amikor a vállaltok a fogyasztók különböző csoportjai számára különböző árakat határoznak meg rezervációs áraik alapján. Bebizonyította, hogy a kibocsátással súlyozott átlagos ár nem függ az árdiszkrimináció mértékétől, vagyis az átlagos kibocsátás megegyezik k és k+1 különböző ár esetében is. Továbbá megmutatta azt is, hogy az egyes árszinteken eladott mennyiségek mértani sorozat szerint növekednek, az egy bizonyos áron eladott mennyiség N–szerese a megelőző alacsonyabb áron eladott mennyiségnek, ahol N a piacon szereplő vállalatok száma.

Hazeldine [2010] egy másik cikkében a Cournot–Nash oligopól modellt, a monopóliumok elsőfokú árdiszkriminációjával analóg módon kiterjesztette, arra az esetre, amikor a vállalatok minden különböző egységet különböző áron kínálnak. Belátta, hogy amikor az árkategóriák száma a végtelenhez tart, akkor az összes, a határköltségnél nagyobb rezervációs árral rendelkező fogyasztó ki lesz szolgálva, a vállalatok számától függetlenül. Továbbá igazolta, amennyiben az árak száma a végtelenhez tart, a vállaltok száma n, a határköltségük nulla, akkor a legmagasabb egyensúlyi ár 1/n- hez konvergál.

Kutlu [2009] Hazeldine–hoz hasonló keretrendszerben vizsgálta a Stackelberg versenyt, megmutatta, hogy a Stackelberg vezető csak a legmagasabb rezervációsárral rendelkező fogyasztókat szolgálja ki, ezért valójában nem is alkalmaz árdiszkriminációt, csak a követő árdiszkriminál ténylegesen. Ezenfelül, kimutatta, hogy mind a vezető mind a követő profitja magasabb, ahhoz képest, amelyet egy egyszerű Stackelberg verseny során el tudnának érni, továbbá a társadalmi jólét is magasabb. Azonban a fogyasztói többlet alacsonyabb a standard modellhez viszonyítva. Kutlu és Kumar (2010) egy olyan modellt vizsgáltak, ahol első lépésben a vállalatok a kapacitásról döntenek, majd a meghatározott kapacitás korlát mellett árdiszkriminációt alkalmaznak az oligopól piacon. Mind Hazeldine, mind Kultu szimmetrikus költségeket feltételezve dolgozott.

Mukherjee [2010] megvizsgálta ezeket a modelleket aszimmetrikus költségek mellett is, és megmutatta, hogy Cournot duopólium esetén az a költséghatékonyabb vállalat átlagos bevétele alacsonyabb, (míg másik vállalaté magasabb), árdiszkriminációval, mint nélküle. Igazolta azt is, hogy az átlagos iparági ár nem függ attól, hogy van-e árdiszkrimináció, továbbá árdiszkrimináció esetén az független két vállalat közötti költségkülönbségektől. Stackelberg duopólium esetén arra jutott, hogy aszimmetrikus költségek esetén már mindkét vállalat alkalmaz árdiszkriminációt, és mindkét vállalat többet termel a magasabb rezervációs árral rendelkező csoport számára. Mukherjee számos egyszerűsítést alkalmazott a modelljeiben, csak két árkategória esetére vizsgálta meg az egyeses eseteket, és az egyik vállalat határköltségét nullának tekintette. A dolgozatom során többek közt ezeket az eseteket általánosítva, K db árkategóriára is vizsgálni fogom, valamint visszatérek a különböző határköltségek papaméteres vizsgálatához. Továbbá, megvizsgálom mind a Cournot, mind a Stackelberg duopólium esetét aszimmetrikus információk mellett is.

2. Cournot modell aszimmetrikus költségekkel

Feltesszük, hogy a piacon két vállalat van, az 1-es és a 2-es , amelyek homogén termékeket állítanak elő konstans határköltséggel, az első vállalat határköltsége c^1 , a másodiké c^2 valamint c^1,$c^2 > 0$. Továbbá feltesszük, hogy minden fogyasztó legfeljebb egy egységnyit vásárol a termékből, és a fogyasztás csupán a rezervációs ártól függ, így azok a fogyasztók mind vásárolni fognak, akinek rezervációsára magasabb a termék áránál.

2.1. Árdiszkrimináció nélkül

Először röviden ismertetjük a Cournot versenyt árdiszkrimináció nélkül, aszimmetrikus költségekkel. Feltételezzük, hogy a termék ára az alábbi lineáris formában adott a piacon:

$$P = 1 - q^1 - q^2 \tag{1}$$

ahol q^i az i-edik vállalat által kibocsátott mennyiség $i = 1, 2$, és P az árat jelöli. Az egyes vállaltok profitfeltételei így a következőképpen adódnak:

$$\pi_1 = (1 - q^1 - q^2)q^1 - c^1 q^1 \qquad \pi_2 = (1 - q^1 - q^2)q^2 - c^2 q^2 \tag{2}$$

Melyekből egyszerű differenciálás és átrendezés után adódik, a két vállalat által egyensúlyban kibocsátott mennyiség és az egyensúlyi ár:

$$q^1 = \frac{1 - 2c^1 + c^2}{3} \qquad \textit{és} \qquad q^2 = \frac{1 - 2c^2 + c^1}{3} \tag{3}$$

$$\sum q = \frac{2 - c^1 - c^2}{3} \tag{4}$$

$$P = \frac{1 + c^1 + c^2}{3} \tag{5}$$

Ebben az esetben az első vállalat akkor fog pozitív outputot előállítani, ha határköltségére az alábbi egyenlőtlenség teljesül : $c^1 < \frac{1+c^2}{2}$ Hasonlóan a második vállalat pozitív kibocsátásának feltétele: $c^2 < \frac{1+c^1}{2}$. Ez a két feltétel implikálja a c^1,$c^2 < 1$ egyenlőtlenséget, de ez csak szükséges nem elégséges feltétele mindkét vállalat pozitív kibocsátásának. Ez alapján számoljuk ki a vállalatok profitjait, hogy össze tudjuk majd hasonlítani, az árdiszkrimináció melletti értékeikkel.

$$\pi^1 = (\frac{1 - 2c^1 + c^2}{3})^2 = \frac{1 + 4(c^1)^2 + (c^2)^2 - 4c^1 + 2c^2 - 4c^1c^2}{9} \tag{6}$$

$$\pi^2 = (\frac{1 - 2c^2 + c^1}{3})^2 = \frac{1 + 4(c^2)^2 + (c^1)^2 - 4c^2 + 2c^1 - 4c^1c^2}{9} \tag{7}$$

$$\sum \pi = \frac{2 + 5(c^1)^2 + 5(c^2)^2 - 2c^1 - 2c^2 - 8c^1c^2}{9} \tag{8}$$

Ahol $(c^i)^2$ az i-edik vállalat költségének négyzetét jelöli.

2.2. Árdiszkrimináció két árkategóriával

Most pedig vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a vállalatok másodfokú árdiszkriminációt alkalmaznak, azaz különböző árakat szabnak meg a fogyasztók egyes csoportjainak, a fizetési hajlandóságuk alapján. Az előző feltevéseken túl feltesszük, hogy a vállalatok ismerik a fogyasztók a termékre vonatkozó rezervációs árait. Így meg tudják előzni azt, hogy bárki, aki alacsonyabb áron jut a termékhez, haszonnal továbbadhassa egy magasabb rezervációs árral rendelkező másik fogyasztónak. Ezt az esetet először úgy fogjuk vizsgálni, hogy feltesszük, a vállalatok csak két árat alkalmaznak, majd megnézzük az általánosan K darab árkategóriára.

Az árak az alábbi formában adottak:

$$P_1 = 1 - q_1^1 - q_1^2 \tag{9}$$

$$P_2 = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 \tag{10}$$

Ahol a P_i az ár az i-edik kategóriában és q_i^j a j-edik vállalat kibocsátása az i-edik árkategóriában, ahol $i, j = 1, 2$ és$i \neq j$

A vállalatok szimultán döntenek az egyes kategóriákban kibocsátott mennyiségekről. Profitfüggvényeik, melyeket maximalizálnak:

$$\pi^1 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^1)q_1^1 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^1)q_2^1 \tag{11}$$

$$\pi^2 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^2)q_1^2 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^2)q_2^2 \tag{12}$$

Az 1-es vállalat optimum feltételei:

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q_1^1} = 1 - 2q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - c^1 \tag{13}$$

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q_2^1} = 1 - q_1^1 - q_1^2 - 2q_2^1 - q_2^2 - c^1 \tag{14}$$

A fenti két egyenletet egymásból kivonva azt kapjuk, hogy:

$$q_1^1 = q_2^1 + q_2^2 \tag{15}$$

Teljesen analóg módon, ezt a másik vállalatra is megkapjuk, amiből az következik, hogy a két vállalat által az első, magasabb árkategóriában kibocsátott mennyiségek megegyeznek, így egyszerűbb jelölésmódot alkalmazhatunk:

$$q_1^1 = q_2^1 + q_2^2 = q_1^2 \doteq q_1 \tag{16}$$

Eszerint az egyensúlyi feltételek a következő formára redukálhatóak:

$$1 - 3q_1 - q_2^1 - c^1 = 0 \tag{17}$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2^1 - q_2^2 - c^1 = 0 \tag{18}$$

$$1 - 3q_1 - q_2^2 - c^2 = 0 \tag{19}$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2^2 - q_2^1 - c^2 = 0 \tag{20}$$

Melyekből az első árkategóriára vonatkozó feltételeket egyenlővé téve, akkor azt kapjuk:

$$q_2^1 = q_2^2 + c^2 - c^1 \tag{21}$$

Ezt a második egyenletbe helyettesítve q_1-et az alábbi formában kapjuk:

$$q_1 = \frac{1 - 3q_2^2 - 3c^1 - c^2}{2} \tag{22}$$

Végül ezt behelyettesítve a harmadik egyenletbe az alábbi eredményeket kapjuk:

$$q_1 = \frac{2 - c^1 - c^2}{7} \tag{23}$$

$$q_2^1 = \frac{1 + 3c^2 - 4c^1}{7} \qquad és \qquad q_2^2 = \frac{1 + 3c^1 - 4c^2}{7} \tag{24}$$

$$\sum q = \frac{6 - 3c^1 - 3c^2}{7} \tag{25}$$

Látható, hogy a vállalatonként kibocsátott mennyiség meghaladja az egységes ár melletti kibocsátásokat.

Az árakat felírva látható, hogy az előző esetben felírt egységes ár, a mostani két ár közé esik. Továbbá a kibocsátással súlyozott átlagár, éppen megegyezik ezzel az egységes árral.

$$P_1 = \frac{3 + 2c^1 + 2c^2}{7}, \qquad P_2 = \frac{1 + 3c^1 + 3c^2}{7} \tag{26}$$

$$P_{átlag} = \frac{P_1(q_1^1 + q_1^2) + P_2(q_2^1 + q_2^2)}{q_1^1 + q_1^2 + q_2^1 + q_2^2} = \frac{1 + c^1 + c^2}{3} \tag{27}$$

Ezután a profitokat és a fogyasztói többletet felírva

$$\pi^1 = \frac{1 - 3c^1 + c^2 + 3(c^1)^2 + (c^2)^2 - 2c^1c^2}{7} \tag{28}$$

$$\pi^2 = \frac{1 - 3c^2 + c^1 + 3(c^2)^2 + (c^1)^2 - 2c^1c^2}{7} \tag{29}$$

$$\sum \pi = \frac{2 - 2c^1 - 2c^2 + 2(c^1)^2 + 2(c^2)^2 - 4c^1c^2}{7} \tag{30}$$

Ezt összehasonlítva az árdiszkrimináció nélküli esetet profitjával (6-8) egyszerű átrendezés után és a $c^i \geqq (c^i)^2$ összefüggés kihasználásával látszik, hogy a vállalatok profitja magasabb lett az árdiszkriminációval.

2.3. Árdiszkrimináció K darab árkategóriával

Hasonlóan az előző esthez feltesszük, hogy a piaci árak a következő formában adottak:

$$P_k = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \ldots\ldots q_k^1 - q_k^2 \tag{31}$$

Ahol a P_k az ár az k-adik kategóriában és q_i^j a j-edik vállalat kibocsátása az i-edik árkategóriában, ahol $j = 1, 2$ és $i = 1 \ldots K$. Feltesszük, hogy a vállalatok összesen K db árat határoznak meg, ezáltal K csoportra osztják a fogyasztókat Az adott feltételek mellett, az alábbi formában adott profitjukat maximalizálva határozzák meg az egyensúlyi kibocsátásukat:

$$\pi^1 = (P_1 - c^1)q_1^1 + (P_2 - c^1)q_2^1 + \ldots\ldots + (P_K - c^1)q_K^1 =$$

$$= (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^1)q_1^1 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^1)q_2^1 + \ldots$$

$$\ldots + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \ldots\ldots - q_K^1 - q_K^2 - c^1)q_K^1 \tag{32}$$

$$\pi^2 = (P_1 - c^2)q_1^2 + (P_2 - c^2)q_2^2 + \ldots\ldots + (P_K - c^2)q_K^2 =$$

$$= (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^2)q_1^2 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^2)q_2^2 + \ldots$$

$$\ldots + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \ldots\ldots - q_K^1 - q_K^2 - c^2)q_K^2 \tag{33}$$

A döntési változók ($q_i^1, q_i^2, i = 1 \ldots K$) szerint differenciálva , kétszer K darab elsőrendű feltételt kapunk a profit-maximalizációhoz:

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q_1^1} = 1 - 2q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_3^1 - \ldots\ldots - q_K^1 - c^1 = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q_2^1} = 1 - q_1^1 - q_1^2 - 2q_2^1 - q_2^2 - q_3^1 - \ldots\ldots - q_K^1 - c^1 = 0 \tag{35}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q_K^1} = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \ldots\ldots - q_{K-1}^1 - q_{K-1}^2 - 2q_K^1 - q_K^2 - c^1 = 0 \tag{36}$$

Hasonlóan a második vállalat esetében:

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial q_1^2} = 1 - q_1^1 - 2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 - \ldots\ldots - q_K^2 - c^2 = 0 \tag{37}$$

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial q_2^2} = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - 2q_2^2 - q_3^2 - \ldots\ldots - q_K^2 - c^2 = 0 \tag{38}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial q_K^2} = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \ldots\ldots - q_{K-1}^1 - q_{K-1}^2 - q_K^1 - 2q_K^2 - c^2 = 0 \tag{39}$$

Ha mindkét vállalat esetén külön-külön egyenlővé tesszük az első és második, egyenletet (34-35, 37-38) akkor az előző esthez hasonlóan alábbi eredményt kapjuk:

$$q_1^1 = q_2^1 + q_2^2 = q_1^2 \doteq q_1 \tag{40}$$

Ez az egyenlőség fenn áll minden árkategóriára, a K-adikat kivételével, tehát általánosságban az alábbi egyszerűsítéseket alkalmazhatjuk:

$$q_i^1 = q_{i+1}^1 + q_{i+1}^2 = q_i^2 \doteq q_i \qquad i = 1, 2 \ldots K - 1 \tag{41}$$

Így az elsőrendű feltételek az alábbi formára redukálódnak:

$$1-3q_1-q_2-q_3-\ldots\ldots-q_K^1-c^1=1-2q_1-\sum_{i=1}^{K-1}q_i-q_K^1-c^1=0 \tag{42}$$

$$1-2q_1-3q_2-q_3-\ldots\ldots-q_K^1-c^1=1-q_1-2q_2-\sum_{i=1}^{K-1}q_i-q_K^1-c^1=0 \tag{43}$$

$$\vdots$$

$$1-2q_1-2q_2-2q_3-\ldots\ldots-2q_{K-1}-2q_K^1-q_K^2-c^1=1-2\sum_{i=1}^{K-1}q_i-2q_K^1-q_K^2-c^1=0 \tag{44}$$

Ez az egyszerűsítés teljesen azonos módon a második vállalat esetében is elvégezhető.

$$1-3q_1-q_2-q_3-\ldots\ldots-q_K^2-c^2=1-2q_1-\sum_{i=1}^{K-1}q_i-q_K^1-c^1=0 \tag{45}$$

$$1-2q_1-3q_2-q_3-\ldots\ldots-q_K^2-c^2=1-q_1-2q_2-\sum_{i=1}^{K-1}q_i-q_K^2-c^2=0 \tag{46}$$

$$\vdots$$

$$1-2q_1-2q_2-2q_3-\ldots\ldots-2q_{K-1}-2q_K^2-q_K^1-c^1=1-2\sum_{i=1}^{K-1}q_i-2q_K^2-q_K^1-c^1=0 \tag{47}$$

A (41)-es kifejezés következtében az alábbi összefüggések is fennállnak:

$$q_1=2q_2, \quad q_2=2q_3, \quad \ldots\ldots \quad q_{K-2}=2q_{K-1} \tag{48}$$

Amelyből általános alakban: $q_i=2^{k-i}q_k$ következik $i,k=1...K-1$-re. Ennek alapján

$$\sum_{i=1}^{K-1}q_i=(2^{K-2}+2^{K-3}+\ldots 2+1)q_{K-1}=q_{K-1}(2^{K-1}-1) \tag{49}$$

Ez alapján a második vállalat utolsó optimum-feltételéből (47) q_K^2-t kifejezve majd visszahelyettesítve az első vállalat azonos egyenletébe (44) q_K^1-ra az alábbi kifejezést kapjuk:

$$q_K^1 = \frac{1 - 2\sum_{i=1}^{K-1} q_i - 2c^1 + c^2}{3} \tag{50}$$

Melyet az első vállalat első egyenletébe (42) továbbhelyettesítve, majd $\sum_{i=1}^{K-1} q_i$-t és q_1-et is q_{K-1} függvényében felírva q_{K-1} -et az alábbi alakban kapjuk meg:

$$q_{K-1} = \frac{2 - c^1 - c^2}{2^{K+1} - 1} \tag{51}$$

Melyből, már egyszerű visszahelyettesítéssel következik a többi eredmény:

$$q_i = 2^{K-i-1}\frac{2 - c^1 - c^2}{2^{K+1} - 1} \qquad i = 1 \ldots K-1 \tag{52}$$

$$q_K^1 = \frac{1 - 2^K c^1 + c^2(2^K - 1)}{2^{K+1} - 1} \qquad \textit{és} \qquad q_K^2 = \frac{1 - 2^K c^2 + c^1(2^K - 1)}{2^{K+1} - 1} \tag{53}$$

1. Propozíció: a) Különböző termelési költségek mellett a két vállalat egyforma mennyiséget termel az $1, 2 \ldots K-1$ árkategóriákban, az aszimmetrikus költségekből adódó különbség csak a legutolsó, legalacsonyabb árszinten jelenik meg.

b) Az egyes árkategóriában a két vállalat által összesen termelt mennyiség megegyezik a következő magasabb árszinten egy vállalat által termelt mennyiséggel.

Az a) állítás egyértelmű a b) -t pedig abból következik, hogy $q_i = 2^{k-i}q_k$, továbbá $q_K^1 + q_K^2 = q_{K-1}$.

Ez összhangban áll Hazeldine szimmetrikus költségekre bemutatott állítása, mely szerint az egyes árszinteken eladott mennyiségek mértani sorozat képeznek, melyben a kvóciens a vállalatok száma. Ez az aszimmetrikus eset annyiban tér el, hogy az egyedi vállalatok szintjén ez csak az $1, 2 \ldots K-1$ kategóriákra igaz, míg iparági szinten minden csoportra.

Írjuk fel az iparági kibocsátást is:

$$\sum q = (2^K - 1)\frac{2 - c^1 - c^2}{2^{K+1} - 1} \tag{54}$$

Az árkategóriák számát a modellekben végig exogén változónak tekintettük, de mivel a fenti képletből könnyen adódik, hogyan változik az iparági kibocsátás az alkalmazott árak számának növelésével ezért, egy megállapítás erejéig vizsgáljuk meg a K+1 kategória esetetét is.

2.Propozíció: Az iparági kibocsátás az árkategóriák számának növekedésével növekszik, a K árszint esetén kibocsátott mennyiségénél, $\frac{2^K}{(2^{K+1}-1)(2^{K+2}-1)}$ -el több outputot bocsátanak ki összességében a vállalatok $K+1$ árszint esetén. Az egyes árkategóriák árai a következő alakban írhatóak fel:

$$P_i = \frac{2^{K-i+1} - 1 + (2^K - 2^{K-i})c^1 + (2^K - 2^{K-i})c^2}{2^{K+1} - 1} \qquad i = 1 \ldots K \tag{55}$$

Most pedig vizsgáljuk meg, hogy a K=2 estben tapasztalat eredmény, miszerint a kibocsátással súlyozott átlagos ár megegyezik a hagyományos modell egységes árával, valóban általánosságban igaz -e aszimmetrikus költségek mellett is.

$$P_{\acute{a}tlag} = \frac{P_1(q_1^1 + q_1^2) + P_2(q_2^1 + q_2^2) + \ldots + P_K(q_K^1 + q_K^2)}{\sum q_i^1 + q_i^2} \tag{56}$$

A nevező az (54)-es formulából adódik, a számlálót pedig az előző megállapítások alapján a következő formára hozhatjuk:

$$\sum P_i(q_i^1 + q_i^2) = (q_K^1 + q_K^2)(P_K + 2P_{K-1} + \ldots + 2^i P_{K-i} + \ldots + 2^{K-1}P_1) \tag{57}$$

A P -re kiszámolt formulát behelyettesítve, és a 2 hatványokkal beszorozva kapjuk:

$$= (q_K^1 + q_K^2)(2^1 - 1 + (2^K - 2^0)(c^1 + c^2) +$$

$$+2^3 - 2^1 + (2^{K+1} - 2^2)(c^1 + c^2) +$$

$$+2^5 - 2^2 + (2^{K+2} - 2^4)(c^1 + c^2) +$$

$$\vdots$$

$$+2^{2K-1} - 2^{K-1} + (2^{2K-1} - 2^{2K-2})(c^1 + c^2)$$

Ebből a felírásból látszik, hogy négy, egyenként n tagból álló, mértani sort kell összegeznünk, az elsőnek és a harmadiknak 4, a másodiknak és a negyediknek pedig 2 a kvóciense. Először behelyettesítjük az összegképleteket, majd rendezzük az egyenletet:

$$= (q_K^1 + q_K^2)\left[\frac{2\frac{4^K-1}{3} - (2^K-1) + \left(2^K(2^K-1) - \frac{4^K-1}{3}\right)(c^1+c^2)}{2^{K+1}-1}\right] =$$

$$= (q_K^1 + q_K^2)\left[\frac{(2^{K+1}-1)(2^K-1)}{3(2^{K+1}-1)}(1+c^1+c^2)\right] =$$

Mivel $q_K^1 + q_K^2 = q_{K-1}$ ezért felhasználhatjuk az az x egyenletet, és $2^{K+1}-1$-gyel tudunk egyszerűsíteni:

$$= \frac{2-c^1-c^2}{2^{K+1}-1}\left[\frac{(2^K-1)}{3}(1+c^1+c^2)\right]$$

Ezután visszahelyettesítünk az eredeti egyenletbe:

$$P_{\acute{a}tlag} = \frac{\frac{2-c^1-c^2}{2^{K+1}-1}\left[\frac{(2^K-1)}{3}(1+c^1+c^2)\right]}{\sum q} =$$

$$= \frac{\frac{2-c^1-c^2}{2^{K+1}-1}\frac{(2^K-1)}{3}(1+c^1+c^2)}{(2^K-1)\frac{2-c^1-c^2}{2^{K+1}-1}} =$$

Egyszerűsítve $(2^K-1)\frac{2-c^1-c^2}{2^{K+1}-1}$-vel , igen egyszerű alakban kapjuk meg a kibocsátással súlyozott átlagos árat, melyből látszik, hogy sejtésünk beigazolódott.

$$P_{\acute{a}tlag} = \frac{1+c^1+c^2}{3} \tag{58}$$

3. Propozíció: A kibocsátással súlyozott átlagár aszimmetrikus költségek mellett sem függ az árdiszkrimináció mértékétől, sőt megegyezik az árdiszkrimináció nélküli estben alkalmazott egységes árral.

Ez összhangban áll Hazeldine (2009) szimmetrikus estre bizonyított állításával.

Fontos, hogy tisztán lássuk, ezek az eredmények csak adott K árkategória mellett egyensúlyiak, viszont, ha a vállaltok szabadon választhatnák meg az általuk alkalmazott árkategóriák számát, és a belőlük kínált mennyiségeket is, akkor ez már nem jelentene Nash egyensúlyt. Hiszen, bármelyik vállalat többletprofitra tudna szert tenni azzal, ha bevezet egy új K+1-edik (az új legalacsonyabb) árat, és ezzel azokat a vevőket is kiszolgálja, akiknek a rezervációs ára a K-adik és a K+1-edik ár között van. Vagy kivárja, amíg a versenytársai eladják az összes készletüket a legmagasabb áron, és utána előáll egy még ennél is magasabb árral, amelyen néhány, a termék hiányától kétségbeesett, vevő még vásásrolni fog. Egy új ár beékelése is extraprofithoz juttathat egy-egy vállaltot.

3. Cournot aszimetrikus információs modell

Az előző fejezetben bemutattuk, hogyan tudják a vállalatok maximalizálni profitjukat árdiszkriminiáció esetén Cournot versenyben, ha pontosan ismerik versenytársuk termelési költségeit. Azonban ez a feltétel a való életben csak igen ritkán teljesül, ezért érdemes megvizsgálni azt az esetet is, amikor aszimmetrikusak az információk, azaz a vállalatoknak versenytársuk költségéről csak valamilyen sejtésük van. Ezt a sejtést egy valószínűségi változóval tudjuk leírni, az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy ez a valószínűségi változó csak két értéket vehet fel, azaz egyik vállalat azt tudja a másikról, hogy α valószínűséggel alacsony költséggel c^A termel , $1-\alpha$ valószínűséggel pedig magas a költsége c^M. Ezenfelül feltesszük, hogy ez egyben köztudott tudás is. A vállalatok által ismert saját költségeit továbbra is c^1, c^2-vel fogjuk jelölni, természetesen szintén magasak vagy alacsonyak, de az, hogy melyik magas vagy alacsony, az nem számít, csak az fontos, hogy a vállalatok tudják a saját költségük értékét. Hasonlóan az előző fejezet felépítéséhez ebben a szakaszban is először megvizsgáljuk az árdiszkrimináció nélküli esetet, majd kettő és K árszint esetére az árdiszkriminációt.

3.1. Árdiszkrimináció nélkül

A két vállalat profitfüggvénye változatlanul:

$$\pi_1 = (1 - q^1 - q^2)q^1 - c^1 q^1 \tag{59}$$

$$\pi_2 = (1 - q^1 - q^2)q^2 - c^2 q^2 \tag{60}$$

Ezeket differenciálva megkapjuk az elsőrendű feltételeket,

$$\frac{\partial \pi^1}{\partial q^1} = 1 - 2q^1 - q^2 - c^1 \tag{61}$$

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial q^2} = 1 - 2q^2 - q^1 - c^2 \tag{62}$$

Most az optimum-feltételek megoldásánál nem egyszerű behelyettesítéseket alkalmazunk, hanem minden lépésnél figyelembe vesszük, hogy az egyes szereplőknek milyen információi vannak.

Elsőként kifejezzük q^1-et:

$$q^1 = \frac{1 - q^2 - c^1}{2} \tag{63}$$

Majd ezt behelyettesítjük a 2-es vállalat optimum feltételébe, de figyelembe kell vennünk, hogy ő c^1pontos értékét nem ismeri ezért a várható értékével számol:

$$0 = 1 - 2q^2 - \frac{1 - q^2 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M}{2} - c^2 \tag{64}$$

Ebből q^2-t kifejezve:

$$q^2 = \frac{1 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^2}{3} \tag{65}$$

Mivel az 1-es vállalat is tudja, hogy a másik vállalatnak ez a legjobb válasza, de c^2-t nem ismerve ő is a várható értékeket helyettesíti így:

$$0 = 1 - 2q^1 - \frac{1 - \frac{1+\alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^2}{3} - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M}{2} - c^1 \tag{66}$$

Melyből az 1-es vállalat által egyensúlyban kibocsátott mennyiség:

$$q^1 = \frac{2 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^1}{6} \tag{67}$$

Hasonlóan

$$q^2 = \frac{2 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^2}{6} \tag{68}$$

$$\sum q = \frac{4 + 2\alpha c^A + 2(1-\alpha)c^M - 3c^1 - 3c^2}{6}$$

Itt ahhoz, hogy mindkét vállalat pozitív mennyiséget termeljen a $\frac{2+\alpha c^A+(1-\alpha)c^M}{3} > c^i$ feltételnek kell teljesülnie $i = 1, 2$-re.

Az (3) -as és a (67-68) egyeneletek összehasonlításából megállapíthatjuk, hogy a szimmetrikus információs esethez képest, itt a vállalatok kibocsátásuk meghatározásakor nagyobb súllyal veszik számításba a saját költségeiket. Ez egyrészt abból adódik, hogy ez biztos információ, másrészt, ahogy a számításokból is látszik, az is magyarázza, hogy a vállaltok figyelembe veszik, hogy a versenytársuk is számol az ő költségeivel, de nem ismeri azt. Látszik az is, hogy a vállalatok többet fognak termelni a szimmetrikus információs outputhoz képest, amennyiben termelési költségük kisebb a versenytársuk termelési költségének várható értékénél, és a kevesebbet termelnek majd, amennyiben termelési költségük meghaladja ezt várható értéket. Tehát az aszimmetrikus információknak van egyfajta multiplikátor hatásuk, mivel ebben a modellben a termelési költségbeli különbségek halmozottan jelennek meg.

Az árak esetében hasonló tendencia figyelhető meg:

$$P = \frac{2 - 2\alpha c^A - 2(1-\alpha)c^M + 3c^1 + 3c^2}{6} \tag{69}$$

Itt az ár akkor lesz magasabb a szimmetrikus információs modellhez képest, ha

$$c^1 + c^2 > 2\alpha c^A + 2(1-\alpha)c^M$$

3.2. Árdiszkrimináció két árkategóriával

Mosr pedig nézzük meg amikor a Cournot versenyben aszimetrikus információk mellett alkalmaznak árdiszkriminációt a vállalatok. Az árak a korábbi formában adottak, ezért a profitok is a megszokott módon írhatóak fel:

$$\pi^1 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^1)q_1^1 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^1)q_2^1 \tag{70}$$

$$\pi^2 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^2)q_1^2 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^2)q_2^2 \tag{71}$$

A differenciálást elvégezve a megfelelő átrendezésekkel, a szimmetrikus információs esethez hasonlóan kapjuk, hogy

$$q_1^1 = q_2^1 + q_2^2 = q_1^2 \doteq q_1 \tag{72}$$

Így az egyszerűsített egyensúlyi feltételek:

$$1 - 3q_1 - q_2^1 - c^1 = 0 \tag{73}$$

$$1 - 3q_1 - q_2^2 - c^2 = 0 \tag{74}$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2^1 - q_2^2 - c^1 = 0 \tag{75}$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2^2 - q_2^1 - c^2 = 0 \tag{76}$$

Mivel az első árkategóriában termelt mennyiségek azonosak a két vállalatnál, ezért első lépésként ennek függvényében fejezem ki a második kategória mennyiségeit:

$$q_2^1 = \frac{1 - 2q_1 - q_2^2 - c^1}{2} \tag{77}$$

Mivel a második vállalat ismeri az első legjobb válaszát, ezért ezt is beépíti a profit-maximalizációjába:

$$1 - 2q_1 - 2q_2^2 - \frac{1 - 2q_1 - q_2^2 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M}{2} - c^2 = 0 \tag{78}$$

Hasonlóan ezt az első is tudja, ezért ő is ezzel számol:

$$q_2^2 = \frac{1 - 2q_1 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^2}{3} \tag{79}$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2^1 - \frac{1 - 2q_1 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M}{3} - c^1 = 0 \tag{80}$$

Ebből azt kapjuk, hogy:

$$q_2^1 = \frac{2 - 4q_1 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^1}{6} \qquad hasonlóan \qquad q_2^2 = \frac{2 - 4q_1 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^2}{6} \tag{81}$$

Melybe $q_1 = \frac{1-q_2^1-c^1}{3} = \frac{1-q_2^2-c^2}{3}$ megfelelő alakjait helyettesítve kapjuk, hogy:

$$q_2^1 = \frac{2 + 3\alpha c^A + 3(1-\alpha)c^M - 5c^1}{14} \qquad hasonlóan \qquad q_2^2 = \frac{2 + 3\alpha c^A + 3(1-\alpha)c^M - 5c^2}{14} \tag{82}$$

A korábbi $q_1^1 = q_2^1 + q_2^2 = q_1^2 = q_1$ egyenletből tudjuk, hogy az első kategóriában a vállalatonként termelt mennyiség megegyezik a második kategóriában termelt összmennyiséggel, amely:

$$\sum q_2 = \frac{4 + 6\alpha c^A + 6(1-\alpha)c^M - 5c^1 - 5c^2}{14} = q_1 \tag{83}$$

Viszont mivel a vállaltok nem ismerik egymás határköltségeit, és ezt egymásról is tudják, valamint azt is tudják, hogy akkor maximalizálják a profitjaikat, ha ugyanannyit termelnek az első kategóriában , ezért c^1, c^2 helyett kölcsönösen a várható érékükkel $\alpha c^A + (1-\alpha)c^M$-val számolnak.

Így

$$q_1^1 = q_1^2 = q_1 = \frac{2 - 2\alpha c^A - 2(1-\alpha)c^M}{7} \tag{84}$$

Ez alapján az árakat kiszámolva:

$$P_1 = \frac{3 + 4\alpha c^A + 4(1-\alpha)c^M}{7} \tag{85}$$

$$P_2 = \frac{4 - 2\alpha c^A - 2(1-\alpha)c^M + 5c^1 + 5c^2}{14} \tag{86}$$

A (26)-os és a (85) egyneletet összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy az aszimmetrikus információk hatására az első árkategóriában alkalmazott ár növekedett.

3.3. Árdiszkrimináció K db árkategóriával

A szimmetrikus információs esettel teljesen azonos módon írhatóak fel az árak és a profitok, melyeket maximalizálva és egyszerűbb formára hozva hasonlóan kapjuk az alábbi egyenletrendszert az első vállalatra:

$$1 - 3q_1 - q_2 - q_3 - \ldots\ldots - q_K^1 - c^1 = 1 - 2q_1 - \sum_{i=1}^{K-1} q_i - q_K^1 - c^1 = 0 \tag{87}$$

$$1 - 2q_1 - 3q_2 - q_3 - \ldots\ldots - q_K^1 - c^1 = 1 - q_1 - 2q_2 - \sum_{i=1}^{K-1} q_i - q_K^1 - c^1 = 0 \tag{88}$$

$$\vdots$$

$$1 - 2q_1 - 2q_2 - 2q_3 - \ldots\ldots - 2q_{K-1} - 2q_K^1 - q_K^2 - c^1 = 1 - 2\sum_{i=1}^{K-1} q_i - 2q_K^1 - q_K^2 - c^1 = 0 \quad (89)$$

Ezután az utolsó egyenletből kifejezzük a $q_K^1 - t$

$$q_K^1 = \frac{1 - 2\sum^{K-1} q_i - q_K^2 - c^1}{2} \quad (90)$$

Majd ezt visszahelyettesítjük a második vállalat azonos profitfeltételébe, melyből $q_K^2 - ra$is kapunk egy összefüggést, de itt is figyelünk rá, hogy a 2-es vállalat csak ac^1várható értékét ismeri:

$$q_K^2 = \frac{1 - 2\sum^{K-1} q_i + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^2}{3} \quad (91)$$

Mivel az első vállalat is figyelembe veszi a másik legjobb válaszát, ezért ez alapján számolja a saját ténylegesen kibocsátott mennyiségét:

$$q_K^1 = \frac{2 - 4\sum^{K-1} q_i + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^1}{6} \quad (92)$$

Ezután az első vállalat első profitfeltételét kifejezzük q_{K-1}- függvényében a korábban felírt $\sum^{K-1} q_i = q_{K-1}(2^{K-1} - 1)$ összefüggést is felhasználva.

$$q_{K-1} = \frac{1 - q_K^1 - c^1}{2^K - 1} \quad (93)$$

Majd ezt viszzahelyettesítve az előző összefüggésbe, megkapjuk q_K^1-ra a végleges összefüggést

Ezután az utolsó feltételből kifejezzük a $q_K^1 - t$

$$q_K^1 = \frac{1 - 2\sum^{K-1} q_i - q_K^2 - c^1}{2} \quad (94)$$

Ezt visszahelyettesítjük a második vállalat azonos profitfeltételébe , melyből $q_K^2 - ra$is kapunk egy összefüggést

$$q_K^2 = \frac{1 - 2\sum^{K-1} q_i + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^2}{3} \quad (95)$$

Mivel az első vállalat is figylembe veszi a másik legjobb válaszát, ezért ez alapján számolja a saját ténylegesen kibocsátott mennyiségét.

$$q_K^1 = \frac{2 - 4\sum^{K-1} q_i + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 3c^1}{6} \tag{96}$$

Ezután az első vállalat első profitfeltételét kifejezzük q_{K-1}- függvényében akorábban felírt $\sum^{K-1} q_i = q_{K-1}(2^{K-1} - 1)$ összefüggést is felhasználva.

$$q_{K-1} = \frac{1 - q_K^1 - c^1}{2^K - 1} \tag{97}$$

Majd ezt visszahelyettesítve az előző összefüggésbe, megkapjuk q_K^1-ra a végleges összefüggést

$$q_K^1 = \frac{2 - c^1(2^K + 1) + (\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)(2^K - 1)}{2^{K+2} - 2} \tag{98}$$

Ezt hasonlóan kiszámolhatjuk q_K^2-ra

$$q_K^2 = \frac{2 - c^2(2^K + 1) + (\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)(2^K - 1)}{2^{K+2} - 2} \tag{99}$$

Továbbá tudjuk, hogy a K-adik árkategóriában megtermelt összmennyiség megegyezik, a $K-1$-dik árszinten egy vállalat által eladott mennyiséggel, ezért

$$\sum q_K = \frac{4 - (2^K + 1)(c^1 + c^2) + (\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)(2^{K+1} - 2)}{2^{K+2} - 2} = q_{K-1} \tag{100}$$

Viszont mivel az egyes vállaltok nem ismerik egymás határköltségeit, de tudják, hogy az az optimális számukra, ha egyforma mennyiséget termelnek, ezért kölcsönösen a várható értékkel számolnak. Látszik, hogy itt is kihasználtuk aköztudott tudás feltételét. Így:

$$q_{K-1} = \frac{4 - 4(\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)}{2^{K+2} - 2} = \frac{2 - 2(\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)}{2^{K+1} - 1} \tag{101}$$

Ez alapján pedig már egyszerűen következik, hogy:

$$q_i = 2^{K-i-1}\frac{2 - 2(\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)}{2^{K+1} - 1} \qquad i = 1 \dots K-1 \tag{102}$$

$$P_i = \frac{2^{K+1} - 2^{K-i+1} - 1 + 2^{K-i}(\alpha c^A + (1-\alpha)c^M)}{2^{K+1} - 1} \qquad i = 1 \dots K-1 \tag{103}$$

4. Stackelberg modell aszimetrikus költségekkel

Ettől a fejezettől kezdve a duopolista modellek egy másik nagy fő fajtáját a Stackelberg versenyt vizsgáljuk. Innentől kezdve végig feltételezzük, hogy az 1-es vállalat Stackelberg vezetőkét, míg a 2-es Stackelberg követőként viselkedik. A vállalatok költségei továbbra is $c^1, c^2 > 0$. A piacon nincs belépési költség. Hasonlóan a Cournot modellhez a vállalatok ismerik a fogyasztók a a termékre vonatkozó értékelését, és így meg tudják előzni a termékek újra eladását. A fogyasztókat egyes csoportjaira alkalmazott árak most is:

$$P_k = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - \dots\dots q_k^1 - q_k^2 \tag{104}$$

Ahol a P_k az ár az k-adik kategóriában és q_i^j a j-edik vállalat kibocsátása az i-edik árkategóriában, ahol $j = 1, 2$ és $i = 1 \dots K$.

4.1. Árdiszkrimináció nélkül

Először röviden tekintsük át az árdiszkrimináció nélküli esetet. Egyszerű számítások után a két vállalat egyensúlyi outputja:

$$q^1 = \frac{1 + c^2 - 2c^1}{2} \qquad q^2 = \frac{1 + 2c^1 - 3c^2}{4} \tag{105}$$

A vezető akkor termel pozitív mennyiséget, ha $c^1 < \frac{1+c^2}{2}$, míg a követő a $c^2 < \frac{1+2c^1}{2}$ feltétel teljesülése esetén bocsát ki outputot. Az iparági kibocsátás

$$\sum q = \frac{3 - 2c^1 - c^2}{4} \tag{106}$$

Az ár és a profitok pedig

$$P = \frac{1 + 2c^1 + c^2}{4} \tag{107}$$

$$\pi^1 = \frac{(1-2c^1+c^2)^2}{8} \tag{108}$$

$$\pi^2 = \frac{(1+2c^1-3c^2)^2}{16} \tag{109}$$

4.2. Árdiszkrimináció két árkategóriával

Most vizsgáljuk meg az árdiszkriminációs esetet, első lépésként feltesszük, hogy a vállalatok két csoportra osztják a fogyasztókat rezervációs áraik alapján, vagyis két különböző árat alkalmaznak. A keresleti függvények megegyeznek a Cournot esetben felírtakkal:

$$P_1 == 1 - q_1^1 - q_1^2 \tag{110}$$

$$P_2 = 1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 \tag{111}$$

Először a második vállalat határozza meg legjobb válasz leképezését az adott feltételek mellett, profitfüggvényét maximalizálva:

$$\pi^2 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^2)q_1^2 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^2)q_2^2 \tag{112}$$

Melyből a legjobb válasz leképezések:

$$q_1^2 = \frac{1 - q_1^1 + q_2^1 - c^2}{3} \tag{113}$$

$$q_2^2 = \frac{1 - q_1^1 - 2q_2^1 - c^2}{3} \tag{114}$$

Melyeket visszahelyettesítve a vezető profitfeltételébe, majd azt maximalizálva, az alábbi egyensúlyi kibocsátásokat kapjuk:

$$q_1^1 = \frac{2-3c^1}{4} \qquad q_2^1 = \frac{c^2}{2} \tag{115}$$

$$q_1^2 = \frac{2 + 3c^1 - 2c^2}{12} \qquad q_2^2 = \frac{2 + 3c^1 - 8c^2}{12} \tag{116}$$

Figyelemre méltó, hogy a vezető a második árszinten saját költségétől függetlenül mindig kibocsát, az elsőn pedig csak akkor, ha $c^1 < \frac{2}{3}$. A második vállalat pozitív mennyiséget termel mindkét kategóriában, ha $\frac{2+3c^1}{8} > c^2$, és csak az első áron bocsát ki, ha határköltsége a következő korlátok közé esik $\frac{2+3c^1}{8} < c^2 < \frac{2+3c^1}{2}$.

Mukherjee megállapítása a $c^1 = 0$ esetben, miszerint mindkét vállalat többet termel az első árkategóriában, ebben a helyzetben már nem feltétlenül igaz. A követő valóban több outputot állít elő a magasabb áron történő eladásra, azonban a vezető esetében ez csak a határköltségektől függ.

Az árakat kiszámolva:

$$P_1 = \frac{2 + 3c^1 + c^2}{6} \tag{117}$$

$$P_2 = \frac{2 + 3c^1 + 4c^2}{12} \tag{118}$$

Az eredményekből az is tisztán látszik, hogy Kutlu megállapítás mely szerint, szimmetrikus költségek mellett a Stackelberg vezető nem alaklamaz árdiszkriminációt, csak a követő, aszimmetrikus költségek mellett már nem teljesül.

A Stackelberg duplóium vizsgálatánál, már a K=2 esetben látszik, hogy nem tudunk a Cournothhoz hasonló egyszerűsítéseket alkalmazni, ezáltal míg a K=2 eset a hagyományos helyettesítés módszereivel könnyen megoldható, a K árkategória mellett, már komoly analitikus nehézségek lépnek fel, így ezt most nem vizsgáljuk.

5. Stackelberg modell aszimmetrikus információk mellett

Az alábbi fejezetben a Stackelberg duopóliumot vizsgáljuk meg az aszimmetrikus információk mellett. Hasonlóan a Cournot modellhez itt is tételezzük fel, hogy a vállalatok nem ismerik egymás termelési költségeit csak annyit tudnak, hogy a versenytársuknak α

valószínűséggel alacsony- c^A költséggel termel , $1-\alpha$ valószínűséggel pedig magas, c^M a költsége . Az egyes vállalatok tényleges költségei pedig c^1, c^2 , melyek természetesen szintén magasak vagy alacsonyak, de az, hogy melyik magas vagy alacsony, az nem számít, csak az fontos, hogy a vállalatok tudják a saját költségük értékét. Továbbbá ez egyben köztudott tudás is.

5.1. Árdiszkrimináció nélkül

Az árdiszkrimináció hatásainak vizsgálatához, itt is célszerű először röviden áttekinteni a hagyományos, árdiszkrimináció nélküli esetet. Ehhez írjuk fel először a követő vállalat profitját:

$$\pi^2 = (1 - q^1 - q^2 - c^2)q^2 \tag{119}$$

Ezt differenciálva, és átrendezve:

$$q^2 = \frac{1 - q^1 - c^2}{2} \tag{120}$$

Melyet amikor a vezető behelyettesít profitfeltételébe, akkor már c^2 helyett a várható értékével számol, így

$$q^1 = \frac{1 + \alpha c^A + (1-\alpha)c^M - 2c^1}{2} \tag{121}$$

Melyből a követő az előző egyenletbe visszahelyettesítve határozza meg saját kibocsátását.

$$q^2 = \frac{1 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M - 2c^2}{4} \tag{122}$$

Ez alapján az ár:

$$P = \frac{1 + 2c^1 + 2c^2 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M}{4} \tag{123}$$

5.2. Árdiszkrimináció két árkategóriával

Mivel a Stackelberg vezető figyelembe veszi a követő vállalat legjobb válasz leképezését, ezért határozzuk meg először ezt, az adott feltételek mellett, profitfüggvényét maximalizálva:

$$\pi^2 = (1 - q_1^1 - q_1^2 - c^2)q_1^2 + (1 - q_1^1 - q_1^2 - q_2^1 - q_2^2 - c^2)q_2^2 \tag{124}$$

Melyből a legjobb válasz leképezések:

$$q_1^2 = \frac{1 - q_1^1 + q_2^1 - c^2}{3} \tag{125}$$

$$q_2^2 = \frac{1 - q_1^1 - 2q_2^1 - c^2}{3} \tag{126}$$

Ezeket behelyettesítjük a vezető profitfeltételébe, természetesen úgy hogy c^2 helyett a várható értéke szerepel, majd ezt optimalizálva és rendezve megkapjuk a vezető egyensúlyi kibocsátását:

$$q_1^1 = \frac{2 - 3c^1}{4} \qquad q_2^1 = \frac{\alpha c^A + (1-\alpha)c^M}{2} \tag{127}$$

Ezt visszahelyettesítve a fenti legjobb válaszokba, az információs különbségeket szemelőtt tartva, a követő egyensúlyi outputját is megkapjuk:

$$q_1^2 = \frac{2 + 5\alpha c^A + 5(1-\alpha)c^M - 4c^2}{12} \qquad q_2^2 = \frac{2 - \alpha c^A - (1-\alpha)c^M - 4c^2}{12}$$

Az árdiszkrimináció nélküli esthez viszonyítva látszik, hogy mind a követőnek, mind a veztőnek növekedett az összkibocsátása az árdiszkrimináció hatására, ezt az aszimmetrikus információk sem befolyásolják.

A szimmetrikus információs esettel összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy a vezető vállalat által az első árszinten kibocsátott mennyiség változatlan, ez nem meglepő, hiszen ez már abban az esetben sem függött c^2-től. A vezető által az alacsonyabb áron kínált mennyiség csak annyiban változott, hogy $c^2/2$ helyett, c^2 várható értékének a fele a kibocsátás. A követő által kibocsátott mennyiségeknél, viszont már összetettebben épülnek be a várható értékek, de továbbra is igaz, hogy a követő több outputot bocsát ki a magasabb árkategóriában.

Ezután határozzuk meg az árakat:

$$P_1 = \frac{6 + 9c^1 + 4c^2 - 5\alpha c^A - 5(1-\alpha)c^M}{12} \tag{128}$$

$$P_2 = \frac{4 + 9c^1 + 8c^2 - 10\alpha c^A - 10(1-\alpha)c^M}{12} \tag{129}$$

6. Összefoglalás

Dogoztomban a Stackelberg és a Cournot doupóliumokat vizsgáltam aszimmetrikus költségek és aszimmetrikus információk mellett. A főbb megállapításaim, hogy Cournot versenyben a K darab árkategória mellett, az egyes árkategóriában a két vállalat által összesen termelt mennyiség megegyezik a következő magasabb árszinten egy vállalat által termelt mennyiséggel. Továbbá, a különböző termelési költségek mellett a két vállalat egyforma mennyiséget termel az első K-1 árkategóriákban, az aszimmetrikus költségekből adódó különbség csak a legutolsó, legalacsonyabb árszinten jelenik meg. Ezenfelül, a kibocsátással súlyozott átlagár aszimmetrikus költségek mellett sem függ az árdiszkrimináció mértékétől, sőt megegyezik az árdiszkrimináció nélküli estben alkalmazott egységes árral. Aszimmetrikus költségek mellett érdekes, hogy a Stackelberg vezető által a második árszinten kibocsátott mennyiség csak a követő költségétől függ. Aszimmetrikus információk mellett is igaz marad, mind a Cournot, mid a Stackelberg versenyben hogy a árdiszkrimináció hatására többet termelnek az egyes vállalatok. Ezekben a modellekben általában megfigyelhetjük, hogy a szimmetrikus információs esethez képest, a vállalatok kibocsátásuk meghatározásakor nagyobb súllyal veszik számításba a saját költségeiket, ez alól egyedül a Stackelberg vezető a kivétel, akinek kibocsátását érdemben nem befolyásolják az aszimmetrikus információk.

Hivatkozások

[1] Holmes, T.J., 1989. The effects of third-degree price discrimination in oligopoly. American Economic 79, 244-250

[2] Hazeldine, T. 2006. Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly. Economic Letters 93, 413-420

[3] Hazeldine, T. 2010. Oligopoly price discrimination with many prices. Economic Letters 109, 150-153

[4] Kutlu, L. 2009. Price discrimination in Stackelberg competititon. Jornal of Industrial Economics 57, 364

[5] Kutlu, L. and Kumar, S. 2010. Capacity constaint, price discrimination, and oligopoly. Letölthető: http://bus.lsu.edu/McMillin/Working_Papers/pap11_04.pdf, letöltve 2012.03.18.

[6] Mukherjee, A. 2010 Price discrimination in oligopoly with asymmetric firms. Letölthető:http://www.nottingham.ac.uk/economics/documents/discussion-papers/10-04.pdf ,